

# 1. Bool'sche Algebra

Wir versuchen hier die Bool'sche Algebra mit ihren Operationen zu definieren. Wir werden später sehen, warum dieser Versuch nicht gelingen kann.

Gegeben seien zwei verschiedene Objekte  $T$  und  $F$ .

Wir definieren eine Operation  $\neg: \{T, F\} \rightarrow \{T, F\}$  durch

	$T$	$F$
$\neg \dots$	$F$	$T$

Also gilt mit anderen Worten:

$\forall X \in \{T, F\} \quad \neg X$  bedeutet "'nicht'  $X$ "

Wir definieren eine Operation  $\wedge: \{T,F\} \times \{T,F\} \rightarrow \{T,F\}$  durch

$\dots \wedge \dots$	$T$	$F$
$T$	$T$	$F$
$F$	$F$	$F$

Also gilt mit anderen Worten:

$\forall X, Y \in \{T, F\}$   $X \wedge Y$  bedeutet "X 'und' Y"

Wir definieren eine Operation  $\vee: \{T,F\} \times \{T,F\} \rightarrow \{T,F\}$  durch

$\dots \vee \dots$	$T$	$F$
$T$	$T$	$T$
$F$	$T$	$F$

Also gilt mit anderen Worten:

$\forall X, Y \in \{T, F\}$   $X \vee Y$  bedeutet "X 'oder' Y"

## 2. Der Alien-Standpunkt

Ein Alien könnte folgenden Versuch machen, seine Bool'sche Algebra zu definieren:

Gegeben seien zwei verschiedene Objekte  $\circ$  und  $\bullet$ .

Definition  $\blacktriangle$ :  $\{\circ, \bullet\} \rightarrow \{\circ, \bullet\}$ :

	$\circ$	$\bullet$
$\blacktriangle \dots$	$\bullet$	$\circ$

Definition  $\blacksquare$ :  $\{\circ, \bullet\} \times \{\circ, \bullet\} \rightarrow \{\circ, \bullet\}$ :

$\dots \blacksquare \dots$	$\circ$	$\bullet$
$\circ$	$\circ$	$\bullet$
$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$

Definition  $\square$ :  $\{\circ, \bullet\} \times \{\circ, \bullet\} \rightarrow \{\circ, \bullet\}$ :

$\dots \square \dots$	$\circ$	$\bullet$
$\circ$	$\circ$	$\circ$
$\bullet$	$\circ$	$\bullet$

### 3. Wo ist das Problem?

Wir setzen jetzt voraus, dass der Versuch einer Definition der Bool'schen Algebra  $(F, T, \neg, \vee, \wedge)$  aus Sektion 1. gelungen ist.

Das Problem ist:

Man kann dem Formalismus aus Sektion 2. nicht ansehen, ob mit  $(O, \bullet, \blacktriangle, \blacksquare, \square)$   $(T, F, \neg, \wedge, \vee)$  oder  $(F, T, \neg, \vee, \wedge)$  gemeint ist. Der Versuch,  $(O, \bullet, \blacktriangle, \blacksquare, \square)$  zu definieren, scheitert daran, daß er zwischen den beiden Interpretationen  $(T, F, \neg, \wedge, \vee)$  und  $(F, T, \neg, \vee, \wedge)$  nicht unterscheidet (Cave  $T \neq F!$ ).

Der Versuch aus Sektion 1. ist damit offenbar auch gescheitert. Die Ursache davon, daß er zwar plausibel erscheint, aber nicht ist, ist, daß zwar umgangssprachlich klar ist, was mit 'wahr', 'falsch', 'nicht', 'und' und 'oder' gemeint ist, sich diese Terme aber nicht bis zur letzten Zufriedenheit definieren lassen.

Noch etwas:

Den einzelnen Objekten in Sektion 2. Namen zu geben, hilft Ihnen auch nicht weiter.

## 4. Literaturverzeichnis

- [1] Vorlesungen über Mathematik 1987 - 2002  
Universität zu Köln